



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Med bråk i sikte

En innehållsanalys av två svenska läroböcker i matematik

Lovisa Albinsson

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Djamshid Farahani

Examinator: Christian Bennet

Rapportnummer: VT18-2930-003-L6XA1A

Titel: Med bråk i sikte – en innehållsanalys av två svenska läroböcker i matematik. / Seeking for fractions – a content analysis of two Swedish mathematics textbooks.

Författare: Lovisa Albinsson

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Handledare: Djamshid Farahani

Examinator: Christian Bennet

Rapportnummer: VT18-2930-003-L6XA1A

Nyckelord: Innehållsanalys, matematik, bråk, åk 4, åk 5, lärobok, vardagsnära, modeller, brukstextanalys.

Sammanfattning

Syftet med den här studien är att undersöka hur bråk presenteras i ett urval av svenska matematikböcker med avseende att ta reda på hur innehållet kopplas till elevers vardag och vilka modeller som används för att konkretisera bråk.

Tidigare forskning har visat att matematikämnet är det skolämne där en lärobok används i störst utsträckning. Forskning har också visat att det är svårt att lära sig bråk, trots det är det viktigt att lära sig att räkna med bråk inför vidare studier i matematik.

I den här studien genomförs en kvalitativ innehållsanalys av matematikböcker för årskurs fyra och fem från två olika förlag. De böcker som valts ut tillhör de mest beställda böckerna i ett storstadsområde i Sverige år 2017. Läroböckerna analyseras i enlighet med Hellspong och Ledins (1997) modell för brukstextanalys, vilken fokuserar på textens tre grundstrukturer; textuell struktur, relationell struktur och ideationell struktur. Analysen av det matematiska innehållet tar sin utgångspunkt i relevant forskning om bråk.

Resultatet visar att läroböckerna kopplar innehållet till vardagen, men på olika vis beroende på årskurs, men också beroende på vilket förlag boken tillhör. Att kopplingen sker på olika vis kan få olika konsekvenser för det lärande som kan uppstå, då uppgifterna kopplas till vardagen kan eleverna uppleva meningsfullhet. Resultatet visar också att modeller (areamodell, linjär modell och antalsmodell) används i relativt hög utsträckning för att konkretisera bråk, hur de varierar beror på årskurs och vilket förlag de tillhör. Det visade sig vara relativt vanligt att en modell dominerar, vilket kan leda till att lärandet blir smalt.

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	1
1.1 Syfte och frågeställning.....	1
2. Teoretiskt ramverk och relevant forskning	2
2.1 Brukstextanalys	2
2.1.1 Textuell struktur	2
2.1.2 Relationell struktur.....	2
2.1.3 Ideationell struktur	2
2.2 Representationsformer och att utveckla förståelse för tal i bråkform	3
2.2.1 Modeller	3
2.2.2 Areamodell	4
2.2.3 Linjär modell.....	4
2.2.4 Antalsmodell	4
2.2.5 Koppling till vardagen.....	5
3. Tidigare forskning	5
4. Metod	6
4.1 Pilotstudie.....	6
4.2 Urval.....	7
4.3 Datainsamling och genomförande.....	8
4.4 Analysmetod.....	8
4.5 Validitet och reliabilitet.....	9
5. Resultat och analys.....	10
5.1 Textuell och relationell struktur – elevens delaktighet	10
5.2 Ideationell struktur – vardagen tar sig uttryck i uppgifter.....	12
5.3 Ideationell struktur – vardagen tar sig uttryck i kapitlets utformning.....	13
5.4 Ideationell struktur – funktionella bilder.....	16
5.5 Ideationell struktur – semi-funktionella bilder.....	18
5.6 Sammanfattning	20
6. Diskussion	21
6.1 Slutsats	23
6.2 Förslag till vidare forskning	24
Referenser.....	25

1. Inledning

Enligt skolverkets rapport *Lusten att lära* (2003) verkar matematikämnet vara det ämne i skolan som är mest beroende av att använda en lärobok. Boken får därför tidigt en viktig roll i undervisningen. Rapporten visar att boken till och med får ta så stor plats att 95 % av lektionstiden går åt till att arbeta i boken, vilket resulterar i att eleverna får lära sig mycket matematik själva. Detta har också lett till att läraren i genomsnitt hinner prata med varje elev i två minuter per lektion.

Mycket fokus verkar i skolans matematikämne läggas på färdighetsträning och det är därför inte ovanligt att en "räkna så många tal som möjligt"- mentalitet uppstår, vilket lett till att många elever upplever att matematikundervisningen innehåller få utmaningar. Då en lärobok används i stor utsträckning kommer den att stå för både uppgiftsval och de arbetsmetoder som används i klassrummet. Att den används i stor utsträckning ställer stora krav på boken; den ska både intressera och motivera elever, men också möjliggöra ett lärande (Skolverket, 2003).

Den forskningsöversikt jag och Åvall skrev som första examensarbete på grundlärarprogrammet visade att bråk är ett talområde många elever har svårt för, trots att det är viktigt för vidare studier, men att det finns flera strategier lärare kan använda sig av för att underlätta inläringen. Att läroböckerna används i stor utsträckning i matematikämnet kommer påverka elevers kunskaper och det skulle därför kunna finnas en risk att de går miste om de metoder som gynnar och underlättar bråkinläringen. I den här studien undersöks därför två olika läroböcker i matematik för att ta reda på huruvida de möjliggör ett sådant stöd som kan underlätta bråkinläringen.

1.1 Syfte och frågeställning

Ett av syftena med matematikämnet är att eleverna ska utveckla kunskaper om hur matematik kan användas i vardagen och eleverna i årskurs 4-6 ska bland annat arbeta med tal i bråkform och hur de kan användas i vardagliga situationer (Skolverket, 2011). Vad användning i vardagliga situationer innebär kan läsas i kommentarmaterialet till kursplanen i matematik, det är dock inte mer preciserat än att kopplingen kan variera beroende på vad eleverna möter i andra skolämnen, var eleverna bor eller vilka händelser som är aktuella för tillfället (Skolverket, 2017).

Av styrdokumentet förstås att bråkundervisningen bör organiseras på ett sätt så att eleverna får möjlighet att möta bråk i vardagliga situationer. Dessutom har tidigare forskning visat att olika modeller för att konkretisera bråk kan underlätta och stötta inläringen (Zhang, Clements & Ellerton, 2014). Men hur ser det ut i svenska matematikböcker?

Syftet med den här studien är således att undersöka hur bråk presenteras i matematikböcker för årskurs 4-5. Frågeställningarna är:

1. Hur kopplas innehållet i bråkkapitlen till elevernas vardag?
2. Vilka modeller används för att konkretisera bråk?

2. Teoretiskt ramverk och relevant forskning

I detta kapitel presenteras de teoretiska utgångspunkter som ligger till grund för studien samt relevant forskning gällande bråk som de analyser som kommer göras baseras på.

2.1 Brukstextanalys

Det ramverk som valts för att analysera böckerna i studien är Hellspong och Ledins (1997) modell för brukstextanalys. En brukstextanalys kan användas för att analysera alla typer av läroböcker och genom att använda den kan en förståelse för hur det språk som används i läroboken påverkar läsaren och innehållet uppstå. Genom att analysera språket kan också en fördjupad förståelse för innehållet träda fram liksom hur det tankeinnehåll som finns i texten påverkar läsaren.

Vid en brukstextanalys delas texten upp i tre olika strukturer; textuell struktur, relationell struktur och ideationell struktur. I följande avsnitt presenteras de tre strukturerna i tur och ordning (Hellspong & Ledin, 1997).

2.1.1 Textuell struktur

Matematikämnet är ett ämne som ställer höga språkliga krav på elever då texterna ofta är begreppstäta och kan skilja sig mycket från det språk som vanligtvis används utanför skolan; vardagsspråket. Det begreppstäta och ämnesspecifika skolspråket kan påverka elevers möjlighet att förstå och genomföra uppgifter (Skolverket, 2012). Den textuella strukturen syftar till att komma åt textens formella uppbyggnad. Här undersöks om texten är koherent, hur begreppstät den är, om den huvudsakligen består av långa eller korta ord (ett långt ord är ett ord som innehåller minst sju bokstäver). Vidare undersöks huruvida texten består av enbart huvudsatser eller om det finns bisatser, om fraserna är utbyggda samt om satserna är aktiva eller passiva. Lärobokens form och innehåll är ofta nära sammankopplade, därför kan den textuella strukturen också fungera som ett verktyg för att komma åt fler aspekter av bokens innehåll (Hellspong & Ledin, 1997).

2.1.2 Relationell struktur

Elevers intresse och motivation påverkas av den roll de ges genom språket, därför används den relationella strukturen. Här analyseras de mönster som finns för att samspela med elever. Mönstren kan bli synliga genom att titta på språkhandlingar, vilka satstyper som används; frågesatser, påståendesatser eller uppmaningar. Det blir även synligt genom att undersöka vilket tilltal författaren har använt, om författaren duar, niar eller inte tilltalar någon alls får olika konsekvenser för samhörigheten mellan författare och elev (Hellspong & Ledin, 1997).

2.1.3 Ideationell struktur

Lärobokens innehåll påverkar möjligheten att tillägna sig kunskap. Den ideationella strukturen lägger fokus på innehållet för att förstå textens innehållsmönster. Genom att analysera innehållsmönstren kan de idéer som ligger till grund för det innehåll som presenteras i de analyserade kapitlen synliggöras. Det är viktigt att studera vad innehållet handlar om, vilken kontext den ingår i och vilka teman som finns (Hellspong & Ledin, 1997).

Bilder är en viktig del i matematikböcker och inte minst i kapitlen som handlar om bråk. I studien betraktas därför lärobokstexten som en utvidgad text där också bilder ses som en del av texten och kommer därför att analyseras som en del av den ideationella strukturen.

De bilder som finns kan ha olika mål. En del bilder kan vara endast dekorativa och inte vara kopplade till någon specifik uppgift. Andra bilder kan finnas för att komplettera och förklara en text eller en uppgift, syftet med sådana bilder är att göra en text eller en uppgift enklare. Bilder kan också ha som mål att göra en uppgift svårare, till exempel genom att ge annan information än vad som ges i uppgiften (Brändström, 2005).

Bilder kan också fylla olika funktion, de kan vara dekorativa eller funktionella. De dekorativa bilderna ger, som tidigare nämnt, ingen information till uppgiften medan funktionella bilder behövs för att kunna lösa uppgiften (Brändström, 2005).

För att kunna precisera den ideationella strukturen behöver det matematiska innehållet i boken analyseras i ljuset av relevant forskning gällande bråk (Hellspong & Ledin, 1997), nedan följer en genomgång av relevant forskning på vilken analyserna baseras.

2.2 Representationsformer och att utveckla förståelse för tal i bråkform

Att tillägna sig förståelse för bråk innebär att ha en förståelse för att bråk är *ett* tal och inte två enskilda heltal som är skrivna på var sin sida av ett bråksträck. Det gäller att förstå att bråk inte bara är en del av en pizza, paj eller en chokladkaka. En förståelse för och förmåga att se bråk som en relation mellan två tal som kan representera en andel och som ett tal med ett eget absolutvärde måste utvecklas (Niemi, 1996). Symbolerna bör genomskådas för att förstå matematiken bakom bråk, vilket är krävande (Gould, 2013) och kan underlättas bland annat genom språket. För att en god förståelse för relationen mellan täljare och nämnare ska utvecklas är det viktigt att ett ämnesspecifikt språk används (Kilborn, 2014). För att utveckla förståelse för bråk är det också viktigt att de modeller och representationsformer som används i läroböcker för att konkretisera dem varierar (Zhang, Clements & Ellerton, 2014). Genom en sådan variation kan en förståelse för att till exempel en tredjedel kan se ut på olika vis uppstå (Kilborn, 2014). Studier har också visat att förståelsen för bråk riskerar att bli smal om det huvudsakligen är en modell som används, men då elever får möjlighet att arbeta med fler modeller och representationsformer visar Zhang, Clements och Ellertons (2014) studie att elever kan växla mellan olika modeller och använda den som passar bäst i en given situation. Då elever med flyt kan växla mellan olika representationsformer, till exempel mellan bild och text utvecklas förståelse för olika matematiska koncept, vilket har lett till att elever lyckas bättre i senare årskurser (Cady, Hodges & Hodges, 2015). Trots det har det visat sig att läroböcker tenderar att innehålla en modell som dominerar (Zhang, et.al., 2014; Gould, 2013).

2.2.1 Modeller

För att lära sig bråk behöver möjlighet ges att möta dem i en variation av situationer som representeras och konkretiseras på olika vis (Zhang, Clements & Ellerton, 2014). Forskningsfältet visar att det finns tre vedertagna modeller som används för att konkretisera bråk (se fig. 1-3) och som således skulle kunna skapa en sådan variation av konkretisering.

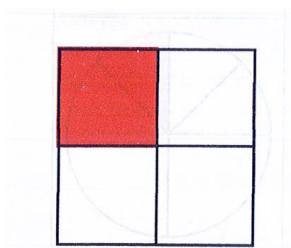


Fig. 1 Areamodell



Fig. 2 Linjär modell



Fig. 3 Antalsmodell

(Gould, 2013, s.7)

De tre modellerna används för att konkretisera olika matematiska koncept. Areamodellen visar arean av ett område för att visa en del av en hel. Den linjära modellen är en längdenhet som används för att visa en del av en sträcka och antalsmodellen är ett antal objekt i en mängd som används för att visa en del av ett antal (Drageryd, Erdtman, Persson och Kilhamn, 2012).

2.2.2 Areamodell

Traditionellt introduceras bråk som del av en hel genom areamodellen. Då det introduceras används vanligen olika representationer såsom pizzor, pajer, chokladkakor eller mer abstrakta geometriska figurer som är indelade i ett antal lika stora delar, av vilka någon eller några är skuggade (Niemi, 1996; Gould, 2013). Forskning har visat att uppgifter som är kopplade till areamodeller där elever ombeds att ta reda på hur stor del som är skuggad kan leda till att de endast lär sig att skriva antalet skuggade delar av figuren över bråksträcket och det totala antalet delar under. Det förstärker uppfattningen av att bråk är två skilda heltal som representerar två skilda saker, delen och det hela (Niemi, 1996), vilket kan leda till att en uppfattning om att det enda som verkar krävas i arbetet med bråk är att räkna (Gould, 2013).

2.2.3 Linjär modell

De linjära modellerna kan se ut på olika vis. De kan till exempel representeras av en sträcka, ett snöre eller figurer på en linje. Det viktiga är att modellen synliggör länken till tallinjen (Gould, 2013). Tallinjen har visat sig vara effektiv för att öka förståelsen för att bråk är tal som kan ordnas på en tallinje, precis som till exempel heltal. Att utveckla en förståelse för bråkens storleksordning är avgörande för att senare kunna utveckla en djupare förståelse för bråk. Dessutom har det visat sig att arbete med tallinjen som modell för att lära sig bråk kan leda till en förmåga att lättare kunna överföra sina kunskaper till obekanta områden än om någon annan modell använts (Hamdan & Gunderson, 2017).

2.2.4 Antalsmodell

Antalsmodellen används vanligen för att representera del av ett antal. Modellen kan ofta upplevas som svår då det finns en tendens att fokus läggs på antingen antalet av delen eller det hela antalet istället för antalet delar som det hela består av (Cady, Hodges & Collins, 2015). Enligt Kilborn (2014) är det viktigt att del av ett antal från början konkretiseras så att eleverna kan tillägna sig en tydlig mental bild. Vidare menar han att det går att organisera den mentala bilden på samma vis som en mental bild över multiplikation och division och därför kan antalsmodellen med fördel också användas för att öva de två räknesätten (se fig.13). På så vis

ges elever möjlighet att repetera sina matematiska kunskaper. Då antalsmodellen inte nödvändigtvis behöver bestå av abstrakta figurer, utan lika gärna kan representeras av till exempel bilar eller pengar uppmuntras även en koppling till verkligheten (Cady, Hodges & Collins, 2015).

2.2.5 Koppling till vardagen

Precis som att det är viktigt att elever får möta en variation av modeller bör de också få möta en variation av situationer (Zhang, Clements & Ellerton, 2014). En sådan variation skulle kunna finnas i kontextbundna uppgifter. Kontextbundna uppgifter är ofta textuppgifter, vilket stöttar elever att utveckla sitt skolspråk (Cady, Hodges & Collins, 2015).

Att uppgifter är kontextbundna; kopplade till verkligheten eller autentiska situationer, stöttar inläringen eftersom innehållet kan vara lättare att förstå då det ges i en kontext som redan är känd (Cady, Hodges & Collins, 2015). Chansen är stor att eleverna kan eller behöver använda tidigare kunskaper för att lösa uppgiften och kan leda till både en förändrad men också fördjupad förståelse av området, vilket ofta upplevs vara motiverande (Awawadeh Shahbari & Peled, 2014). Kontextbundna uppgifter upplevs dessutom ofta som meningsfulla och kan också underlätta förståelsen för senare matematiska koncept och leda till en djupare förståelse för matematik (Yang, Reys & Wu, 2010).

När det gäller bråkräkning är det vanligt att uppgifterna handlar om eller representeras av någon form av mat (pizzor, pajer, choklad etc.). Att använda mat som representationsform knyter an till elevers vardag, men Gould (2013) menar att det kan var problematiskt då vissa typer av mat, till exempel frukt, i verkligheten inte är symmetriska, vilket kan leda till att en uppfattning av att bråkdelar kan vara olika stora, beroende på hur de delas, tillägnas.

Sammanfattningsvis tar studien sin utgångspunkt i Hellspong och Ledins (1997) brukstextanalys. Då det matematiska innehållet i den ideationella strukturen analyseras kommer analysen baseras på den forskning gällande bråk som presenterats här.

3. Tidigare forskning

Läroboksanalyser har gjorts på många olika läroböcker i många olika länder. En del analyser har fokuserat på modeller och representationsformer, andra på vardagsnära uppgifter. I följande avsnitt presenteras den forskningsbakgrund som lett fram till den här studien.

De modeller som används i läroböcker kan variera, men tidigare forskning visar att även om modellerna varierar är det ändå någon som dominerar. Flera läroboksanalyser visar att den modell som är vanligast förekommande är areamodellen (Gould, 2013; Zhang, Clements & Ellerton, 2014, mfl.). Så är fallet i australiensiska läroböcker, areamodellen är vanligast, följt av en linjär modell och antalsmodellen (Gould, 2013). Även en studie från USA visar detta. I studien analyserades en lärobok, men också elevers förståelse för bråk i en intervention. En experimentgrupp fick arbeta med olika modeller och varierande representationsformer av bråk medan en kontrollgrupp fortsatte att arbeta i läroboken där den dominerande modellen var areamodellen. Under förtestet som gjordes visade det sig att även om den uppgift eleverna fick sattes i en specifik kontext ritade eleverna, oavsett kontext, cirklar för att illustrera sin uträkning. Eleverna hade också svårt att ta ut $\frac{1}{3}$ av en sträcka. Efter interventionen hade experimentgruppen utvecklats mest och kunde då välja bland en mängd andra representationsformer och valde den som passade bäst för situationen (Zhang, Clements & Ellerton, 2014).

Också internationella jämförelser mellan läroböcker har gjorts. I en studie har amerikanska läroböcker jämförts med läroböcker från Taiwan och Singapore med syftet att undersöka huruvida uppgifterna var verklighetsanknutna. Att uppgifterna var kopplade till verkligheten var vanligare i de amerikanska läroböckerna än i de asiatiska böckerna. En trolig orsak till den skillnaden enligt författarna skulle kunna vara att skrivningarna i styrdokumentet skiljer sig avseende koppling till vardagen (Yang, Reys, Wu, 2010; Sun, 2011).

Även jämförelser mellan hur bråk presenteras i amerikanska, asiatiska och cypriotiska läromedel har gjorts. De visar att amerikanska läromedel presenterar exempel där lösningen är synlig, samt den lösningsmetod eleverna ska använda. Hur metoden ska användas förklaras, men inte varför den fungerar. I läromedel i Taiwan, Cypern och Kina presenteras exemplen utan att lösningen är synlig tillsammans med flera lösningsförslag. Genom att flera lösningar erbjuds kan matematiken bakom metoden synliggöras och möjlighet finns då för elever att koppla ihop olika matematiska koncept med varandra (Charalambous, Delaney, Hsu & Mesa, 2010).

Ingen av ovan nämnda studier är gjorda på svenska läroböcker, vilket gör det intressant att i den här studien lägga fokus på det.

4. Metod

För att komma åt detaljer och kunna beskriva den kontext i vilken innehållet i läroböckerna befinner sig i används i den här studien en kvalitativ innehållsanalys. Metoden valdes för att studien ämnar tolka texten och innehållet för att kunna beskriva det utifrån befintlig forskning och inte att kvantifiera det (Bryman, 2018). Det analysverktyg som används utgår från Hellspong & Ledins (1997) teori om att en text kan delas upp i flera olika strukturer, vilka kan synliggöra flera aspekter av både form och innehåll. Den kvalitativa ingången kan ha både för och nackdelar. Tolkningsutrymme är en sådan, å ena sidan kan det leda till att studien inte begränsas och å andra sidan till att det finns en risk att detaljer tar överhanden och att studien tenderar bli subjektiv (Bryman, 2018). För att flytta fokus till det som ansågs som relevanta detaljer för att kunna besvara de två frågeställningarna fick studien en deduktiv ingång efter pilotstudien. Ingången var till stor hjälp för att konstruera analys-schemat. Tack vare den kvalitativa metoden har analys-schemat dock kunnat vara flexibelt under studiens gång, vilket beskrivs närmare i 4.3.

4.1 Pilotstudie

För att pröva metod och teori utformades och genomfördes en pilotstudie. Hellspong & Ledins (1997) teori om brukstextanalys var grunden och den metod som användes var en kvalitativ innehållsanalys där bråkkapitlen i två slumpvis utvalda matematikböcker för årskurs fyra analyserades; Matte direkt borgen 4b (Falck & Picetti, 2012) och Flex 8 (Andreasson & Måsbäck, 2009). Som första steg lästes kapitlet om bråk igenom och därefter konstruerades ett analys-schema utifrån textuell struktur, relationell struktur, ideationell struktur samt bilder. Varje struktur tillskrevs ett antal analyspunkter, vilka var;

- Textuell struktur
Meningar och begrepp.
- Relationell struktur
Eleven; tilltalas, tilltalas ej.

- Ideationell struktur
Knyter uppgifter an till elevens vardag eller vuxenvardag, knyter exempel och uppgifter an till varandra, annat.
- Bilder
Text och bild; säger samma sak, kompletterar varandra, säger olika saker/ varför finns bilden? Påverkas svårighetsgraden av bilden?

I pilotstudien analyserades ett avsnitt ur varje bok. De avsnitt som valdes var “bråk som en del av en hel”, då de liknade varandra mest. Böckerna analyserades systematiskt var för sig och noteringar fördes in i analys-schemat. Då resultatet sammanställdes analyserades det med märkpenna för att synliggöra likheter och skillnader.

Då pilotstudien utvärderades framgick det att det fungerade bra att analysera läroböckerna utifrån Hellspong och Ledins (1997) strukturer då det ledde till ett systematiskt och tydligt tillvägagångssätt. Det gällde även för analys-schemat, vilket säkerställde att samma frågor ställdes till de olika texterna.

Under kodningen upptäcktes dock att fler analyspunkter borde finnas med för att ytterligare precisera analysen och kunna besvara frågeställningarna. En förändring som skett efter pilotstudien är således till exempel att analyspunkterna i de textuella och ideationella strukturerna blivit fler samt analyspunkten “annat” i den ideationella strukturen har preciserats med hjälp av den deduktiva ingången och därför tagits bort.

Ytterligare en svårighet som upptäcktes under pilotstudien var att analysera bilderna i bråkkapitlen då bilder ofta visade sig vara avgörande för innehållet och därför också platsar under den ideationella strukturen. Därför är en förändring sedan pilotstudien att punkten “används mat i bilder” flyttats till den ideationella strukturen då mat snarare är kopplat till innehållet.

4.2 Urval

Studien syftar till att analysera bråkkapitlen i ett urval av svenska matematikböcker som används på mellanstadiet. I studien analyseras bråkkapitlen i matematikböcker för årskurs fyra och fem från två olika förlag; Studentlitteratur samt Sanoma utbildning. Urvalet är baserat på de mest beställda matematikböckerna i ett storstadsområde i Sverige år 2017. Böckerna som valdes ut var Matte direkt borgen 4b (Falck & Picetti, 2012a) och 5b (Falck & Picetti, 2012b) samt Mera Favorit matematik 4b (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a) och 5a (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015b). Böckerna för årskurs sex valdes bort i den här studien då kapitlen om rationella tal behandlade procent och decimaltal snarare än bråk.

Böckernas upplägg ser olika ut; kapitlet i Matte direkt borgen 4b och 5b börjar med ett helt illustrerat uppslag där kapitlets mål och begrepp presenteras. Sedan följer *borggården* där eleverna arbetar enskilt med uppgifter kopplade till målen. *Borggården* innehåller också momenten *arbeta tillsammans* - en uppgift där eleverna kan samarbeta och *sant eller falskt* - där eleverna kan testa sina kunskaper. Efter det följer en diagnos. Om diagnosen var för svår går eleven vidare till *rustkammaren* där hen får träna mer på uppgifter som liknar dem i *borggården*. Behöver eleven inte träna mer finns avsnittet *tornet*, där uppgifterna är mer utmanande. Sedan följer *sammanfattning* och *utmaningen*, vilket är problemlösningssuppgifter och slutligen *repetition* (Falck & Picetti, 2012a & b).

Mera Favorit matematik 4b och 5a har *lektionssidor*, vilket är ett uppslag som innehåller exempel och basuppgifter som alla elever förväntas göra. Dessa sidor är tänkta att fungera som lektionsinnehåll för en eller flera lektioner. Efter ett uppslag *lektionssidor* följer *öva*, en sida

med övningar som är tänkta för de elever som behöver repetera lektionssidorna och sedan *pröva* en sida där eleverna kan pröva något nytt. Kapitlet innehåller också *favoritsidor* där eleverna kan lära sig matematik genom att till exempel spela spel som övar problemlösning och matematiska resonemang. Slutligen finns *vad har jag lärt mig*, en diagnos som kompletteras med att eleven formativt får utvärdera sitt arbete och *repetition* där moment och begrepp repeteras. Repetitionsuppgifterna finns på tre olika nivåer och eleverna väljer nivå utifrån sin självvärdering i diagnosen (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a & b).

Vidare i studien kommer de olika böckerna hänvisas till som MADB4 (Matte direkt borgen 4b), MADB5 (Matte direkt borgen 5b), FAVMA4 (Mera Favorit matematik 4b) och FAVMA5 (Mera Favorit matematik 5a).

4.3 Datainsamling och genomförande

För att samla in data användes ett analyschema, vilket organiserats i enlighet med Hellspong och Ledins (1997) modell för brukstextanalys för att komma åt läroböckernas grundstrukturer. För att säkerställa att samtliga läroböcker analyserades på samma vis kompletterades strukturerna med underrubriker som fungerade som stöd vid insamlingen. Underrubrikerna för textuell- och relationell struktur valdes ut i enlighet med Hellspong och Ledins (1997) förslag, vilka har presenterats i det teoretiska ramverket. Underrubrikerna för den ideationell strukturen valdes ut efter vad forskningsfältet visar, vilket också presenterats i det teoretiska ramverket. För att kunna besvara problemformulering ett, hur uppgifterna är kopplade till elevers vardag, användes definitionen att en uppgift kan presenteras genom en verklighetsanknuten kontext eller enbart genom att använda matematiskt språk med bara symboler (Yang, Reys & Wu, 2010). De verklighetsanknutna uppgifterna kallas här efter kontextbundna uppgifter.

Innan datainsamlingen påbörjades lästes samtliga läroböcker igenom, först översiktligt sedan noggrant. Böckernas analyserades sedan bok för bok och struktur för struktur. Anteckningar fördes in i analyschemat under hela processen. Då alla böcker analyserats kategoriserades anteckningarna i förhållande till vad som sa något om elevers vardag och vad som sa något om modeller. Luckor upptäcktes som behövde kompletteras med fler analyspunkter i den ideationella strukturen och fler analyspunkter formulerades, varpå böckerna åter analyserades. Den analysmetod som användes beskrivs under nästa rubrik.

4.4 Analysmetod

Den analysmetod som använts är grundad teori. Under pilotstudien utformades som ovan nämnt ett analyschema i samband med att data samlades in. Efter pilotstudien genomfördes som ett första steg en initial kodning, koderna specificerades utifrån utvärderingen av pilotstudien samt utifrån det teoretiska ramverket. Den initiala kodningen resulterade i många och detaljerade koder för att så många aspekter av data som möjligt skulle synliggöras. Då den initiala kodningen mättades sammanställdes samtliga koder. Anteckningarna till varje kod jämfördes med det teoretiska ramverket tills dess att en teoretisk mättnad uppstod. Resultatet av den första analysen ledde till en fokuserad kodning där de koder som gett mest information efter den initiala kodningen valdes ut och tillskrevs mer specificerade analyspunkter, för att kunna urskilja mer detaljerad information ur materialet. Slutligen ledde kodningen fram till en teoretisk kodning där det insamlade materialet åter analyserades i ljuset av det teoretiska ramverket. Här jämfördes också data från de olika böckerna med varandra. Genom den teoretiska kodningen kunde en förståelse för innehållet uppstå och kategorier urskiljas som ledde till att det var möjligt att beskriva innehållet (Bryman, 2018).

4.5 Validitet och reliabilitet

I studien strävas efter att uppnå validitet och reliabilitet. En risk vid kvalitativa studier är att innehållet riskerar att bli subjektivt (Bryman, 2018). För att öka objektiviteten och validiteten har därför ett analyschema använts för att samla in och analysera data, det är endast kategorierna i analyschemat som legat till grund för analysen. För att öka validiteten i urvalet valdes de två mest beställda matematikboksserierna i ett storstadsområde i Sverige 2017 ut, vilket gör att de bör vara aktuella i undervisningen på många skolor och därför av intresse att analysera. Böckerna är dessutom skrivna efter år 2011 då en ny läroplan infördes i Sverige, vilket bör ge möjlighet att besvara frågeställningen som rör skrivningen om kopplingen till vardagen i kursplanen för matematik från år 2011.

Reliabiliteten har tagits i beaktning genom att beskriva resultatet så detaljerat som möjligt, exempel och citat från läroböckerna används för att förstärka analysen. Då kodningsschemat konstruerades användes det teoretiska ramverket för att konstruera kriterierna, vilket innebär att det teoretiska ramverket också möjliggjort analys av det material som samlats in. De slutsatser som dras i den här studien ligger i linje med tidigare forskning, vilket Bryman (2018) menar också ökar reliabiliteten. Men då det insamlade materialet i studien består av ett mindre antal böcker kommer resultat och slutsatser vara begränsade till att endast gälla de böcker som analyserats i den här studien och inget annat kommer att påstås.

5. Resultat och analys

I följande avsnitt kommer resultatet både att presenteras och analyseras. Det har analyserats i enlighet med Hellspong och Ledins (1997) modell för brukstexttolkning och relevant forskning gällande bråk. Under analysen synliggjordes flera teman. I resultatet kommer därför de tre strukturerna presenteras var för sig, men varje struktur har också kategoriserats efter de teman som synliggjorts då materialet analyserats.

5.1 Textuell och relationell struktur – elevens delaktighet

Då den textuella och relationella strukturen analyserades framgick ett tydligt tema, nämligen hur texten på olika vis påverkar huruvida eleven inkluderas eller inte.

I den textuella strukturen i de fyra analyserade matematikböckerna går det att urskilja både likheter och skillnader. I alla fyra läroböckerna finns flera exempel på långa ord. I MADB4 är det de ämnesspecifika orden som är långa, men användningen av dem är inte så frekvent. MADB5 innehåller fler långa ord än föregående årskurs, det är dock inte fler ämnesspecifika ord utan snarare fler långa ord kopplade till vardagsspråket som förekommer.

Både FAVMA4 och FAVMA5 skiljer sig från MADB på det sätt att det i båda böckerna finns många ord kopplade till skolspråket, av vilka majoriteten är långa. I serien FAVMA skrivs bråken med bokstäver, till exempel "en tredjedel", vilket bidrar till de många långa orden, medan serien MADB skrivs bråken med siffror, $\frac{1}{3}$. Kilborn (2014) menar att då bråkdelen skrivs med bokstäver och inte siffror kan det bidra till att eleverna kan få syn på täljaren och nämnarens olika funktioner.

De långa orden kan bidra till att texten blir svårare och att nivån höjs, forskning har visat att för att förstå en text bör 98 % av orden vara kända. Textens läsbarhet sjunker desto fler okända ord som ingår i den och i det här fallet också möjligheten att kunna genomföra uppgiften (Skolverket, 2012). Då texten känns svårbegriplig ökar också distansen till eleverna (Hellspong & Ledin, 1997).

Distansen till eleverna krymper däremot i samtliga böcker då de instruktioner som ges är korta. Instruktionerna består övervägande av korta satser och utbyggda fraser. I serien MADB kan man skönja en progression i språket mellan årskurserna vad gäller meningarnas längd, frasernas utbyggnad och förekomst av bisatser, en skillnad som inte finns mellan årskurserna i serien FAVMA. Instruktionerna som ges är korta, men de utformas dock på olika vis i serien MADB och serien FAVMA, vilket får betydelse för elevens delaktighet. I MADB ser ofta uppgiftsinstruktionerna ut så här:

MADB4: I vilka av figurerna är en halv målad? (Falck & Picetti, 2012a, s.94)

MADB5: Hur stor del av figuren är orange? Skriv med två olika bråk. (Falck & Picetti, 2012b, s.40)

Här är det frågesatser som används för att instruera eleven. Upplevelsen läsaren får av en frågesats är rent formellt att det finns alternativ, ett val att antingen svara på frågan och göra uppgiften eller att inte svara på frågan och därmed inte göra uppgiften. I praktiken är det dock inte så det fungerar (Hellspong & Ledin, 1997). I det här sammanhanget är det snarare läroboksförfattarens knep för att få eleven att genomföra uppgiften. Det finns en maktrelation mellan författare och elev, vilken gör att eleven inte kan avböja att göra uppgiften.

I FAVMA används frågesatser i slutet av textuppgifter, annars används övervägande uppmaningar och påståenden.

FAVMA4: Dra streck mellan bild och tallinje. (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.7)

FAVMA5: Addera bråken. Skriv svaret som heltal eller i blandad form. (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015b, s.67).

FAVMA5: Räkna. Isa delar varje äpple i fyra lika stora delar. Hon lägger delarna i en skål. Skålen innehåller åtta äppelbitar. Hur många äpplen har Isa delat? [...] (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015b, s. 67).

Skillnaden mellan uppmaningar och frågesatser menar Hellspong och Ledin (1997) är att syftet med en uppmaning är att få någon att handla utan att det, som i frågesatser, finns en formell upplevelse av ett alternativ.

Något som är gemensamt för samtliga böcker är att satserna är aktiva, vilket innebär att texten blir enklare att förstå jämfört med om satserna hade varit passiva. Konsekvensen av aktiva satser blir i det här fallet att texterna kommer närmare eleven och vardagsspråket (Skolverket, 2012). Att texten ligger nära eleven kan också märkas genom att hen tilltalas direkt genom att författaren duar eller niar, vilket förekommer i samtliga böcker, dock vid olika tillfällen.

I MADB4 tilltalas eleven då målen för kapitlet presenteras, i en uppgift då eleverna förväntas arbeta tillsammans samt i några uppgifter då eleven ska rita en egen bild i sitt häfte. Ett sådant exempel är:

Rita av rektangeln i ditt räknehäfte. Måla halva rektangeln (Falck & Picetti, 2012a, s.99).

I MADB5 tilltalas också eleven direkt då målen för kapitlet presenteras, då samarbete förväntas, i några exempel och i en problemlösningsuppgift. Nedan är ett exempel från ett av bokens exempel:

Det finns 12 ljus. $\frac{2}{3}$ av dem är vita. Hur många är det?
Först räknar du ut en tredjedel: $\frac{1}{3}$ av 12 = $12/3 = 4$
Sedan två tredjedelar: $\frac{2}{3}$ av 12 = $2 \cdot 4 = 8$
Det är 8 vita ljus. (Falck & Picetti, 2012b, s.46).

I serien FAVMA duar eleven i flera exempel, instruktioner samt uppgifter:

FAVMA4: Du känner igen ett bråk på bråksträcket. $\frac{3}{4}$. Du säger: tre fjärdedelar (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.6).

FAVMA4: Lös uppgiften. Du kan rita en bild i ditt häfte som hjälp. Hur mycket är [...] (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.17).

FAVMA5: Du delar en tomat i sex lika stora klyftor. Hur många tomatklyftor innehåller en sallad om du använder sex tomater? (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015b, s.68).

Att dua och nia inbjuder till dialog och skapar närhet mellan författare och elev, vilket skulle kunna leda till att eleven upplever sig vara delaktig (Hellspong & Ledin, 1997) och inkluderas i uppgifterna.

5.2 Ideationell struktur – vardagen tar sig uttryck i uppgifter

Vardagen visade sig kunna ta sig uttryck på olika vis, ett sätt är genom kontextbundna uppgifter, vilket kommer presenteras i följande avsnitt.

I samtliga böcker finns uppgifter som är kontextbundna och på olika vis kopplade till vardagen. Det totala antalet uppgifter i MADB4, MADB5 och FAVMA4 är drygt 200 vardera, FAVMA5 sticker ut med drygt 500 uppgifter. Andelen kontextbundna uppgifter skiljer sig mellan förlagen där MADB4 innehåller 6 % kontextbundna uppgifter och MADB5 10 %. Här märks en progression i andelen kontextbundna uppgifter mellan de två årskurserna. Även de kontextbundna uppgifternas placering i kapitlet ser olika ut mellan MADB4 och MADB5. I MADB4 finns de kontextbundna uppgifterna i *tornet* och *utmaningen*, således i bokens svårare delar, medan de kontextbundna uppgifterna i MADB5 till hälften finns i *tornet* och *utmaningen* och den andra hälften i *borggården*. I MADB5 sker således en progression både vad gäller antalet uppgifter, men också i att de kontextbundna uppgifterna även finns bland de uppgifter alla elever förväntas göra.

FAVMA4 innehåller 18 % kontextbundna uppgifter och FAVMA5 17 %, en liten minskning mellan de båda böckerna. I FAVMA4 finns majoriteten av de kontextbundna uppgifterna på *pröva* sidorna, de mer utmanande sidorna men det finns också uppgifter i *träna* rutor, vilka är uppgifter avsedda för alla elever. I FAVMA5 finns de kontextbundna uppgifterna både på *lektionssidorna* och på *pröva* sidorna. Således finns en progression vad gäller de kontextbundna uppgifternas placering mellan årskurserna även i serien FAVMA.

De kontexter som förekommer i uppgifterna är olika beroende på förlag. MADB-serien kopplar kontexterna huvudsakligen till sådant som rör böckernas teman. I årskurs fyra är temat i boken medeltid, vilket innebär att många uppgifter handlar om riddare och flaggor. Att koppla kontexten till bokens tema skulle kunna ses som en koppling till skolvardagen. Då eleverna arbetat med temat tidigare i boken är det också känt för dem. Att medeltiden dessutom är centralt innehåll i historia för årskurs 4-6 gör kopplingen till skolvardagen starkare (Skolverket, 2011). Förutom uppgifter som knyter an till bokens tema finns också exempel på uppgifter som handlar om mat, tid, pengar, vänner och hushållssysslor. Då dessa uppgifter läses noggrant skulle de dock snarare anses vara kopplade till en vuxens vardag då de handlar om att handla mat till en hel familj, om att förbereda blommor inför en fest eller att skura ett stort golv, något eleverna sannolikt inte har så stor erfarenhet av.

Golvet i stora festsalen ska skuras. Signe skurar $\frac{1}{3}$ av golvet och lillpigan $\frac{1}{6}$. Hur stor del av golvet är sedan kvar att skura? Rita din lösning. (Falck & Picetti, 2012a, s.116).

De kontextbundna uppgifterna i MADB5 är tydligt kopplade till kapitlets tema, vilket verkar vara böcker. Av alla kontextbundna uppgifter är 57 % av dem kopplade till det. Av resterande uppgifter är majoriteten kopplade till djur, "äventyr" så som kartor och lönngångar, två är kopplade till chokladkakor och en till pengar. I MADB5 är det i samtliga uppgifter en elevvardag som beskrivs.

På en hylla står 36 böcker om djur. Av dem handlar $\frac{5}{6}$ om spindlar. Hur många är spindelböcker? (Falck & Picetti, 2012b, s.46).

De uppgifter som är kopplade till djur, pengar, mat och äventyr beskriver sannolikt en hemmavardag då dessa teman inte är kopplade till något skolämne eller ett större tema i boken.

De uppgifter som handlar om böcker skulle kunna beskriva både en hemmavardag och skolvardag beroende på om eleven själv kopplar läsning till skolan eller hemma.

FAVMA-serien skiljer sig från MADB genom att uppgifterna i båda böckerna är kopplade till olika vardagssysslor och inte till något övergripande tema i boken. Majoriteten av de kontextbundna uppgifterna i båda böckerna handlar om mat. I FAVMA4 finns det även kontexter som handlar om pengar, kompisar och snöbollar, varav det sistnämnda är kopplat till kapitlets tema "snö".

Mira har 63 kronor. Fem sjundedelar av pengarna är på banken. Resten har hon i en plånbok. Hur mycket pengar har hon i sin plånbok? (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.32).

FAVMA5 innehåller också kontextbundna uppgifter vilka är kopplade till pengar och kompisar, men också till sträckor, volym/ vikt, tid och musikämnet. I båda böckerna är kontexterna knutna till en elevvardag och då framförallt till hemmavardagen. Uppgifterna handlar om små summor pengar, att åka eller gå en sträcka till skolan, att hålla upp en viss volym saft till ett barnkalas och liknande uppgifter som eleverna sannolikt har erfarenhet av. Det finns dock också uppgifter som är kopplade till skolvardagen. Tydligast är det i de kontextbundna uppgifterna i FAVMA5 där det finns flera exempel på uppgifter kopplade till musikämnet.

Skriv i blandad form. Skriv talen i storleksordning. Börja från det minsta. Då får du veta hur populära kompositörerna är bland eleverna. Den som har det största talet är populärast. (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015b, s.77).

Att uppgifter är kopplade till en kontext eleverna känner till har visat sig vara viktigt för motivation och engagemang (Awawadeh Shahbari & Peled, 2014). Då uppgifter upplevs som meningsfulla kan en djupare förståelse för matematik uppstå, som kan bidra till en god matematisk grund att sedan kunna bygga vidare på (Yang, Reys, Wu, 2010).

5.3 Ideationell struktur – vardagen tar sig uttryck i kapitlets utformning

Vardagen visade sig inte bara komma till uttryck i kontextbundna uppgifter, utan kunde också visa sig i hur de olika kapitlen var utformade.

I serien MADB finns tydliga teman genom hela serien, nämligen medeltid och riddare, vilket till och med namnet (Matte direkt Borgen) antyder. Temat synliggörs mer i MADB4 än i MADB5. Genom hela serien får eleverna följa en familj, familjen Borg; Malvin, Zendra, David, Sarah och draken Arrax. Det är ofta dessa karaktärer som eleverna möter i kontextbundna uppgifter. Arrax fyller också funktionen att förtydliga matematiska koncept i vissa exempel genom att ge ytterligare en förklaring i en pratbubbla. Som nämnt under föregående rubrik uppfattas flera kontextbundna uppgifter i MADB4 som en beskrivning av en vuxenvardag, troligen för att handlingen som utförs är mer vuxen. Något mer som troligen bidrar till den uppfattningen är att det i de uppgifterna oftast inte är någon av medlemmarna i familjen Borg som utför handlingen, boken frångår således en av sina röda trådar.

För att förstärka vardagen används i både MADB4 och MADB5 bilder. Bilderna fyller olika funktion, vissa har endast en dekorativ funktion och förstärker temat genom att avbilda riddarhästar, jungfrur eller riddare. Antalet bilder som endast har en dekorativ funktion ökar mellan årskurs fyra och fem. Andra bilder finns för att komplettera texten och förklara något, de har således en funktionell funktion (Brändström, 2005). Ett sådant exempel finns i MADB4 där en kontextbunden uppgift handlar om en narr som syr, ett begrepp som sannolikt kan vålla

problem. Vid sidan av uppgiften finns en bild på en narr som syr, således har bilden kompletterat texten.

- 97** Narren syr en ny narrdräkt. Han använder hälften av tyget till jackan, $\frac{1}{4}$ till byxorna och $\frac{1}{8}$ till narrluvan. Hur stor del av tyget blev över? Rita din lösning.



Fig. 4. (Falck & Picetti, 2012a, s.116).

För att koppla uppgifter tydligare till elevers vardag i MADB4 används vid flera tillfällen bilder av brödkakor för att förklara och illustrera bråk som en del av en hel. Brödkakor är sannolikt något många elever känner till från sin vardag och skulle därför kunna underlätta skapandet av meningsfullhet (Yang, Reys, Wu, 2010).

I MADB5 finns bilder som är kopplade till uppgiftens kontext, men där bilden ger annan information än uppgiften. Ett sådant exempel är en uppgift som handlar om böcker på ett bord, bredvid uppgiften finns en bild på böcker fast ett annat antal än vad uppgiften talar om. I det fallet gör bilden uppgiften svårare (Brändström, 2005).



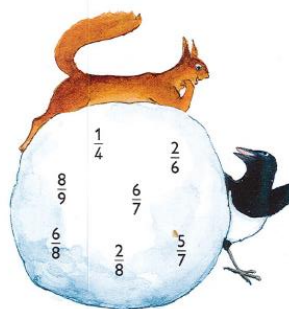
- 5** På ett bord i biblioteket ligger 16 böcker.
 $\frac{3}{8}$ av dem är på engelska.
Hur många böcker är på engelska?

Fig.5 (Falck & Picetti, 2012b, s.51).

I serien FAVMA finns inte som i serien MADB något övergripande tema i boken. Däremot finns ett tema för varje kapitel, vilka kan kopplas till elevers vardag. I FAVMA4 är temat snö. I lärarhandledningen för FAVMA4 finns en planering för när varje kapitel ska arbetas med och bråkkapitlet är förlagt till januari (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015c). Under vintermånaderna infaller med stor sannolikhet snö någon gång, vilket gör att temat blir relevant för alla elever. Snötemat framkommer delvis genom kontextbundna uppgifter, men framförallt genom bilder. Bilderna används istället för informationsrutor, eller för att förklara olika koncept.



Fig. 6 Förklarar del av antal
(Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.26)



"Rutan" finns som stöd.
(Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.11)

För att förklara addition och subtraktion av bråk används bilder av pizzor. För att förklara subtraktion används ämnesspecifikt språk, modeller och en bild av pizzor som ramlar av en plåt. Bilden av pizzor förstärker den abstrakta förklaringen och kopplar konceptet till vardagen.

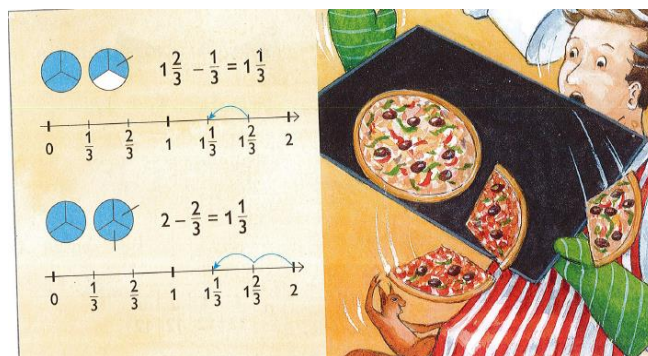


Fig. 8 (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.22.)

I FAVMA4 finns ytterligare en stark koppling till elevers vardag, nämligen att varje nytt avsnitt i kapitlet introduceras med en ramberättelse. Ramberättelserna finns i lärarhandledningen och är tänkta att läsas för att sätta området i en känd kontext. I berättelserna följs samma barn i deras vardag.

Skoldagen tog slut. Isa och Charlie gick raskt hemåt. Skolmaten hade varit god, men Charlies mage kurrade ändå av hunger. Charlie kom ihåg att pappa var ledig idag.

- Undrar om pappa har lagat mellanmål? [...]

När de kom in i köket såg de att det fanns två hela pizzor och $\frac{1}{4}$ av en tredje pizza.

- Hej Isa och Charlie. Hur har ni haft det idag? Frågade pappa.

- Bra, svarade de och Charlie försökte ta en pizzabit från plåten.

- Vänta ett tag. Innan du får ta vill jag att du berättar vilket tal i blandad form som pizzorna bildar, sa pappa och lät precis som läraren. Charlie började skratta:

- Jaja, det är $2 \frac{1}{4}$ pizza, konstaterade Charlie och tog $\frac{1}{4}$ bit, och fortsatte:

- Fast inte nu längre (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015c, s.15).

Att avsnitten sätts in i en kontext kan leda till att uppgifterna uppfattas finnas i autentiska situationer, vilket kan bidra till motivation (Awawadeh Shahbari & Peled, 2014). Autentiska situationer används även genom att spel och lekar finns integrerade på flera ställen i serien FAVMA.

Bilder förekommer mer frekvent i FAVMA5 än i FAVMA4. I FAVMA5 är bilderna fristående, inte kopplade till en informationsruta, eller en uppgift, utan fyller huvudsakligen en dekorativ funktion för att förstärka kapitlets tema musik. De används inte heller på samma vis som i MADB för att förändra svårighetsgraden.

5.4 Ideationell struktur – funktionella bilder

I bråkkapitlen är bilder vanligt förekommande. De kan ha en dekorativ funktion för att förstärka ett tema eller en koppling till vardagen, men de kan också ha en funktionell funktion. I det här avsnittet beskrivs användningen av bilder som modeller och representationsformer som har en funktionell del av uppgifter, vilket är ett tema som kommit fram vid datainsamling. I samtliga böcker är det vanligt förekommande att någon form av modell eller representationsform används som funktionell del av uppgifterna. Hur de används varierar dock.

I MADB4 fokuseras bråk som en del av en hel, det introduceras i enlighet med vad Niemi menar som traditionellt, genom areamodellen. I 45 % av uppgifterna i boken används sådana funktionella bilder. Uppgifterna är av typen “Hur stor del av figuren är målad?” uppgiften kompletteras med en modell som representeras av ett antal figurer där en viss andel är målad. Samtliga figurer som används i MADB4 är olika regelbundna geometriska former som är indelade i olika fält varav ett eller flera fält är färgat, vilket Gould (2013) menar kan leda till att eleverna lär sig att endast räkna figurens olika delar. Dessutom menar Zhang, Clements och Ellerton (2014) att då en modell eller representationsform dominerar riskerar lärandet och förståelsen för bråk att bli smalt.

I de exempel som finns i MADB4 används areamodeller i samtliga. I de första exemplen i kapitlet representeras areamodellen av brödkakor, vilket knyter an till vardagen men kan vara problematiskt då det inte är självklart geometriskt i verkligheten och kan därför leda till att eleverna befäster en bild av att brödkakans olika delar inte måste vara lika stora (Gould, 2013). I exemplen kompletteras bilderna med lite text, såsom “Figuren är delad i tre lika delar. Varje del kallas en tredjedel. Vi skriver $\frac{1}{3}$ ” (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s. 96). I varje exempel är areamodellen nödvändig för att förstå förklaringen och fyller således en funktionell funktion (Brändström, 2005).

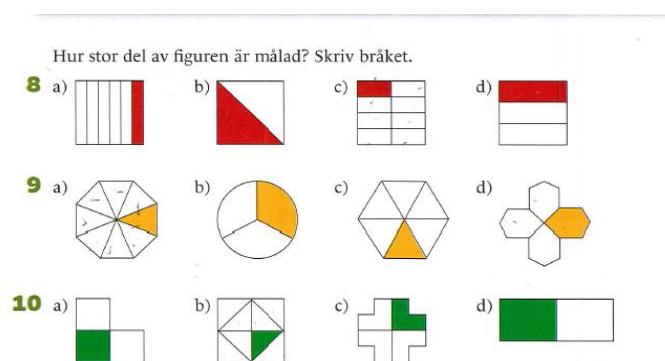


Fig. 9 (Falck & Picetti, 2012a, s.97).

I MADB5 kan en progression urskiljas, av alla uppgifter i boken används funktionella bilder i 17 %. MADB5 tar vid ungefär där MADB4 slutade och repeterar bråk som en del av en hel. I de uppgifterna används, liksom i MADB4, bilder av areamodeller. Fokus i kapitlet i MADB5 är bråk som en del av ett antal. Det introduceras genom antalsmodellen som representeras av

bilder av olika objekt såsom böcker och ljus, som delas upp i olika stora grupper. Genom det ges eleverna möjlighet att koppla det abstrakta matematiska konceptet till något konkret och därmed skapa en mental bild (Kilborn, 2014). I MADB5 används endast konkreta objekt i antalsmodellen, eleverna måste använda bilderna i en uppgift i *borggården* och två uppgifter i *rustkammaren* för att kunna lösa uppgiften. Att det endast är konkreta objekt som används i antalsmodellen möjliggör också en koppling till verkligheten (Cady, Hodges & Collins, 2015). Resten av uppgifterna saknar bild.

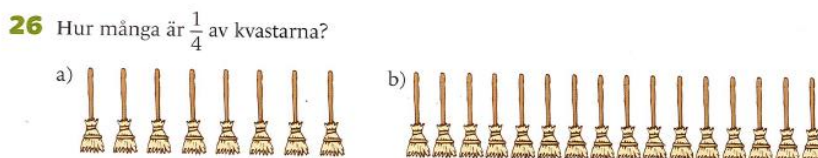


Fig. 10 (Falck & Picetti, 2012b, s.44).

Liksom exemplen i MADB4 används även bild av någon modell i samtliga exempel i MADB5, vilken modell som används beror på innehållet. Det som förenar båda böckerna är dock att bilden kompletteras med en text, bilden behövs för att förstå innehållet och är således funktionell (Brändström, 2005).

I båda böckerna i serien MADB uppmanas eleverna vid flera tillfällen att storleksordna ett antal bråk, vilket skulle kunna representera en slags linjär modell. Gould (2013) menar att den linjära modellen kan se ut på olika sätt, men den viktigaste funktionen är att synliggöra länken till tallinjen och menar att arbetet med det kan börja med att just storleksordna olika objekt. I serien MADB är det dock inte konkreta objekt som ska storleksordnas, utan olika bråk.

Fokus i kapitlet om bråk i FAVMA4 ligger på bråk som en del av en hel och operationer med dem. Också del av ett antal finns med, om än endast på några få uppslag. Av alla uppgifter i kapitlet används funktionella bilder i 20 % av fallen. De modeller som används i kapitlet varierar mellan areamodellen, den linjära modellen och antalsmodellen. Antalsmodellen finns dock endast som stöd och kommer därför att presenteras i ett senare avsnitt.

Areamodellen är den modell som förekommer flest gånger i kapitlet. I FAVMA4 har uppgifter kopplade till areamodellen olika karaktär; att skriva det bråk en cirkel visar, måla en given andel eller avläsa ett cirkeldiagram. Av de figurer som används för att representera areamodellen i FAVMA4 är majoriteten cirklar, men också rektanglar förekommer och vid ett tillfälle används pizzor i en uppgift som areamodell. Tidigare forskning har visat att elever som arbetat mycket med en representationsform tenderar att även använda den i situationer där det hade varit rimligt att använda någon annan (Zhang, Clements & Ellerton, 2014).

Den linjära modellen förekommer också relativt frekvent, både genom tallinjen men också i flera kontextbundna uppgifter, vilka handlar om att mäta upp en viss volym i en hink, eller att färdas en viss sträcka. Att uppgifterna som kopplas till en linjär modell ibland knyter an till verkligheten kan innebära att eleverna tillägnar sig en god förståelse för hur de kan ha användning av kunskapen i sin vardag, liksom att erfarenheter från vardagen kan hjälpa dem att förstå uppgiften (Awawadeh Shahbari & Peled, 2014). Att tallinjen introduceras som linjär modell kan hjälpa eleverna att utveckla förståelse för att också tal i bråkform kan ordnas på en tallinje men också *hur* de kan ordnas på den, vilket krävs för att kunna utveckla mer avancerad förståelse för matematik (Hamdan & Gunderson, 2017).

I FAVMA4 finns också exempel på uppgifter där två olika funktionella bilder förekommer samtidigt. Ett sådant exempel är att dra ett sträck mellan en areamodell och rätt punkt på en tallinje. Eleverna får således arbeta med flera modeller simultant, vilket skulle kunna leda till

att eleverna ser samband mellan olika representationsformer och förståelsen för de olika representationsformerna och bråk kan fördjupas (Cady, Hodges & Collins, 2015).

Innehållet i FAVMA5 blandas mellan koncepten del av en hel, del av ett antal och operationer med bråk. Funktionella bilder förekommer i 8 % av alla uppgifter i kapitlet. Här finns en tydlig progression mellan årskurs fyra och årskurs fem. Areamodellen är fortfarande den vanligaste, dock tätt följd av den linjära modellen. De uppgifter som är bundna till areamodellen är av karaktärerna; vilken figur stämmer påståendet in på, addera bråken samt skriv det bråk som bilden visar. Liksom i FAVMA4 är det majoriteten cirklar som används för att representera modellen, men vid några tillfällen används också kvadrater. I FAVMA5 förekommer mat som representation vid några tillfällen, dock inte kopplat till areamodellen som i FAVMA4 utan i kontextbundna uppgifter. Där kan det till exempel handla om att dela ett äpple, en tårta eller pizzor. I samtliga uppgifter där mat används som representationsform understryker författarna vikten av att bitarna ska vara lika stora, vilket skulle kunna motverka det missförstånd Gould (2013) beskriver.

I kontextbundna uppgifter finns också den linjära modellen representerad. I FAVMA5 sker det genom uppgifter som handlar om att färdas en viss sträcka, om vikt, volym och tid, vilka alla kan kopplas till tallinjen. Även här fungerar kontexterna som en länk mellan verkligheten och tallinjen och kan bidra till att synliggöra länken mellan de konkreta vardagssituationerna och den abstrakta tallinjen (Gould, 2013). Tallinjen används också konkret i ett flertal uppgifter i FAVMA5, liksom i FAVMA4.

5.5 Ideationell struktur – semi-funktionella bilder

Det visade sig att bilder av modeller och representationsformer inte bara har en funktionell funktion, utan flera uppgifter kompletteras av en bild som kan stötta men som inte krävs för att lösa uppgiften. Jag har valt att kategorisera dem som "semi-funktionella".

I MADB4 finns modeller som stöd i 8 % av uppgifterna, ett exempel på en sådan uppgift är;

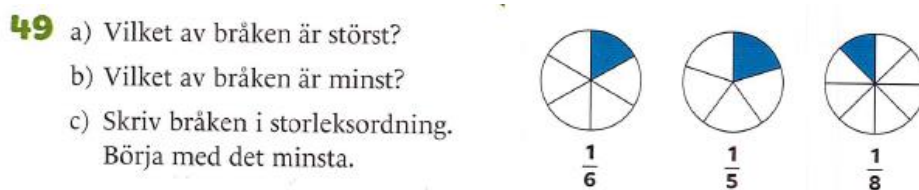


Fig. 11 (Falck & Picetti, 2012a, s.105).

Liksom de modeller som används som en del av uppgiften är också samtliga modeller som används som stöd i MADB4 areamodeller.

Då progressionen i kapitlet studeras syns det att i kapitlets tidiga delar används areamodellen som en nödvändig del av uppgifterna och mot slutet används de som stöd. Areamodellen som stöd hittas också i *rustkammaren* och några få i *tornet*. De areamodeller som används varierar mellan olika regelbundna geometriska former. Att figurerna varierar är viktigt för att skapa möjlighet till förståelse för att till exempel en tredjedel kan se ut på olika vis beroende på figurens utseende och indelning (Kilborn, 2014).

I MADB4 används inte bara modeller som stöd till uppgifter, utan också som tidigare nämnt, bilder för att förtydliga ord som skulle kunna upplevas som svåra, så som bilden på Narren (fig.4).

Till uppgifterna i MADB5 finns olika modeller som stöd i 20 % av uppgifterna. Det finns alltså fler uppgifter där modeller används som stöd än där en modell är en del av uppgiften, vilket är en tydlig progression mellan årskurs fyra och fem. Det som används som stöd i MADB5 är ett "bråkplank" (fig. 12) som eleverna kan ta hjälp av för att jämföra olika bråk också areamodeller används som stöd vid några tillfällen. Fokus i kapitlet är del av ett antal, varför antalsmodellen också används som stöd vid ett flertal tillfällen. Antalsmodellen används som stöd vid ett tillfälle i *borggården* och finns som stöd till samtliga uppgifter där eleven ombeds att bestämma en viss andel av en given mängd i *rustkammaren*. I *tornet* används inte antalsmodellen någon gång som stöd, men däremot areamodellen.

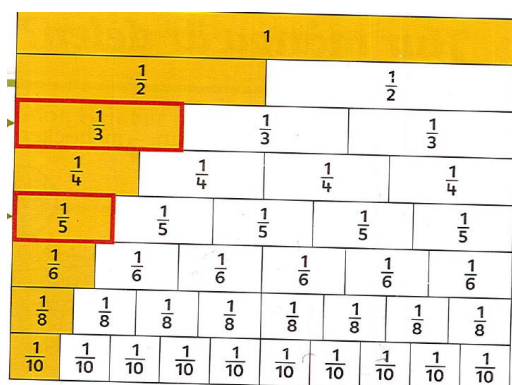


Fig. 12 Bråkplank (Falck & Picetti, 2012b, s.42).

I FAVMA4 har 33 % av uppgifterna stöd av en modell, spridningen mellan modellerna är relativt jämn och i de flesta avsnitt får eleverna möjlighet att arbeta med fler än en modell. Ett exempel på det är då addition introduceras, då får eleverna först arbeta med areamodeller och i nästa uppgift tallinjen. Som tidigare nämnt får eleverna chansen i FAVMA4 att arbeta med olika representationsformer, vilket kan leda till att de senare kommer kunna välja den representationsform eller modell som bäst passar i en given situation (Zhang, Clements & Ellerton, 2014).

Antalsmodellen är den som förekommer minst antal gånger i FAVMA4 då den endast finns representerad i avsnitten om bråk som en del av ett antal. I både exempel och uppgifter är antalsmodellen organiserad på det vis Kilborn föreslår för att underlätta kopplingen till multiplikation och division (Kilborn, 2014). De abstrakta objekten (cirklar) är organiserade i grupper så att det blir enkelt för eleven att räkna.

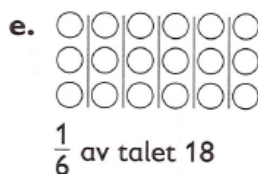


Fig. 13 (Asikainen, Nyrhinen, Rokka, & Vehmas, 2015a, s.26)

Då progressionen i kapitlet studeras framkommer att varje avsnitt inleds med uppgifter där en modell finns, i kapitlets första avsnitt är det uppgifter där modellen måste användas, men senare i kapitlet övergår det till uppgifter där modellen finns som stöd. I samtliga av bokens öva-sidor

används modeller som stöd, antingen areamodellen eller en linjär modell. På *pröva* sidorna finns få modeller, den stora majoriteten av uppgifterna är kontextbundna eller nakna.

I FAVMA4 används också olika modeller som stöd i avsnittens exempel. I exemplen används både ämnesspecifikt språk och oftast två olika modeller för att förklara och illustrera ett koncept (se fig. 8).

I FAVMA5 är exemplen utformade på samma vis som i FAVMA4, med ämnesspecifikt språk och ofta två olika modeller. I uppgifterna i FAVMA5 används en modell som stöd i 9 % av uppgifterna. De modeller som används är nästan övervägande areamodellen och de är framförallt placerade på kapitlets *bas*-sidor och *öva*-sidor, men är också den enda modell som finns som stöd på vissa av *pröva*-sidorna. Areamodellen representeras bara av cirklar. Förutom areamodellen finns också den linjära modellen och antalsmodellen, den linjära modellen finns representerad en gång som stöd. Antalsmodellen representeras av, likt FAVMA4, abstrakta objekt (cirklar), en skillnad är dock att cirkarna i FAVMA5 inte är grupperade. På *öva*-sidorna som är kopplade till del av ett antal finns en antalsmodell som istället representeras av mynt. I FAVMA5 används alltså två olika representationsformer för att representera antalsmodellen, en abstrakt som kan ge eleverna möjlighet att göra kopplingar mellan olika matematiska koncept och en med konkreta objekt, vilket kan ge eleverna möjlighet att koppla innehållet till verkligheten (Cady, Hodges & Collins, 2015) och skapa mentala bilder (Kilborn, 2014).

Vad gäller progressionen gäller samma sak som för FAVMA4. De första uppgifterna i nya avsnitt får antingen stöd av en modell eller så krävs modellen för att kunna lösa uppgiften, innan en kontextbunden eller naken uppgift introduceras. På *öva*-sidorna har uppgifterna stöd av en modell eller en bild och *pröva*-sidorna innehåller kontextbundna uppgifter och nakna uppgifter.

5.6 Sammanfattning

Den textuella och relationella strukturen kunde i båda serierna kopplas ihop med elevens delaktighet. Samtliga böcker visade sig innehålla långa ord, vilket kan skapa en distans till eleven. Eleven görs dock delaktig genom de frågor och uppmaningar som används i uppgifter, samt av det direkta tilltal som förekommer.

Den ideationella strukturen delades in i fyra kategorier; vardag i uppgifter, vardag i kapitlets utformning, funktionella bilder och semi-funktionella bilder. Kategorin vardag i uppgifter visade att serien FAVMA innehöll fler kontextbundna uppgifter än serien MADB. Kontexterna var kopplade till bokens tema i MADB, vilket knöt an till vardagen genom att uppgifterna kunde kopplas till elevens erfarenhet av skolan. I FAVMA kopplades istället kontexterna till erfarenheter ur vardagen hemma.

Vardagen blev även synlig i kapitlens utformning. Både genom att samtliga böcker följde ett tema genom kapitlet, men även genom bilder som användes i dekorativa syften. Bilderna kunde förstärka kopplingen till vardagen genom att till exempel konkretisera abstrakta företeelser.

I alla böcker fanns funktionella bilder i form av olika modeller som konkretiserade uppgifter och som behövde användas för att kunna lösa dem. Förekomsten av funktionella bilder var i båda serierna mer frekvent i årskurs fyra än årskurs fem. I MADB serien var areamodellen och antalsmodellen vanligast, medan areamodellen och den linjära modellen var vanligast i FAVMA serien.

Semi-funktionella bilder fanns också i samtliga böcker. I serien MADB fanns en tydlig progression mellan årskurs fyra och fem där årskurs fem hade fler semi-funktionella bilder. Den progressionen fanns inte i FAVMA. I alla kapitel fanns en progression i att de första uppgifterna hade funktionella bilder, sedan semi-funktionella bilder och slutligen ingen bild kopplad till uppgiften. I serien MADB var aldrig mer än en modell kopplad till uppgifter eller exempel, men i serien FAVMA integrerades flera modeller i både exempel och uppgifter

6. Diskussion

Böckerna har analyserats i enlighet med Hellspong och Ledins (1997) teori om brukstextanalys och relevant forskning kopplad till bråk. Det visade sig att det i alla strukturer fanns skillnader mellan vilka idéer som ligger till grund för innehållet i de olika böckerna, men framförallt visade sig skillnader mellan de olika serierna. Dessa skillnader är intressanta att diskutera och kommer därför vara i fokus i följande avsnitt.

Genom den textuella och relationella strukturen går det att ana att ord, meningar och tilltal kan få konsekvenser för lärande. I de olika matematikboksserierna skrivs bråktalen fram på olika vis i textuppgifter. I MADB skrivs de konsekvent fram med siffror (t.ex. $\frac{1}{3}$) medan i FAVMA skrivs de genomgående fram med bokstäver (t.ex. *en tredjedel*). Att skriva fram bråktal med bokstäver som i FAVMA skulle kunna leda till ökad förståelse för nämnarens funktion och att förstå skillnaden på täljarens och nämnarens olika funktioner (Kilborn, 2014). Som en följd av det går det att tänka sig att bråkräkning inte skulle uppfattas som något mekaniskt och stanna vid att bara vara räkning (Gould, 2013), vilket det skulle kunna göra då bråktalen skrivs med siffror.

Att använda ord istället för siffror leder dock till att texten blir mer begreppstät. Texten blir svårare och distansen till eleverna riskerar att öka. Ökad distans skulle kunna leda till minskad motivation. Något som däremot kan leda till bibehållen motivation är om texten är på rätt nivå i förhållande till eleven, vilket MADB verkar ta i beaktning då textens svårighetsgrad ökar något mellan årskurs fyra och årskurs fem.

En strategi som används i FAVMA för att behålla elevers uppmärksamhet är att tilltala dem direkt genom att *du*. Det sker även i MADB, men inte lika frekvent. Då någon *du*s uppstår troligtvis en känsla av delaktighet och samhörighet. Det abstrakta innehållet i matematikboken närmar sig eleven genom att göra den delaktig. Eleven kan känna sig inkluderad i innehållet och på så vis skulle en koppling till elevens erfarenhet och vardag kunna uppstå. Kopplingen till vardagen blir sannolikt större beroende på om eleven *du*s som i FAVMA, än om tilltalet övervägande är indirekt, liksom i MADB.

I alla böcker går det att finna kopplingar till vardagen, men det finns flera skillnader i hur författarna tagit sig an den. En koppling som är lika i alla böcker är förekomsten av kontextbundna uppgifter. Dock skiljer sig andelen uppgifter som är kontextbundna åt. I FAVMA är andelen kontextbundna uppgifter ungefär samma mellan de två årskurserna, medan andelen ökar mellan årskurs fyra och fem i MADB. Kopplingen till vardagen är viktig av flera anledningar, delvis är det engagerande och motiverande. Motivation och engagemang kan leda till att eleven utvecklar en djupare förståelse för matematik och därmed får en god matematisk grund att sedan kunna bygga vidare kunskap på (Yang, Reys & Wu, 2010). Då verklighetsanknutna uppgifter tycks leda till ökad förståelse är det intressant att fundera kring varför det i MADB4 finns en jämförelsevis liten andel kontextbundna uppgifter och vidare varför samtliga kontextbundna uppgifter är förlagda till de sidor som endast de elever som klarat diagnosen bra och behöver en extra utmaning förväntas arbeta med. Kanske kan en förklaring vara att kontextbundna uppgifter kräver en större textmängd än nakna uppgifter, vilket innebär att det kräver att eleven kan förstå och tolka uppgiften. Kan eleven inte det skulle det finnas en risk att de viktigaste koncepten inte uppfattas och därför är det kanske "säkrare" att inte ha kontextbundna uppgifter i kapitlets början.

Vidare är det intressant att diskutera valen av *hur* kopplingen till vardagen uppstår. MADB har som bekant valt att koppla majoriteten av de kontextbundna uppgifterna till bokens eller kapitlets tema. Att koppla vardagen till ett tema är å ena sidan ett säkert kort eftersom att temat närmast garanterat är bekant för alla elever och enligt skolverkets (2017) definition om vad koppling till vardagen kan innefatta räcker det om eleverna får arbeta med något de möter i

andra skolämnen. En tolkning av det skulle kunna vara vad de mött tidigare i matematikämnet, alltså bokens tema. Å andra sidan kanske det inte är en solklar koppling till vardagen i och med att kopplingen endast återfinns i matematikboken och därför också bara i matematikämnet.

Målet med att undervisningen ska vara kopplad till vardagen är att eleverna ska kunna använda sina kunskaper i vardagliga situationer och frågan är vilka vardagliga situationer som gynnas då arbetet i matematikboken varit starkt kopplat och bundet till ett specifikt tema där uppgifterna inte alltid knyter an till en vardag som ligger nära eleven. Det kanske kan upplevas som en trygghet att uppgifterna är kopplade till ett tema och temat kan komma att fungera som en röd tråd som leder till att strukturen i kapitlet blir tydlig att följa. Samtidigt begränsas innehållet ständigt till ett tema och risken finns att det blir enformigt och de elever som inte är intresserade av temat skulle kunna tappa motivationen. Frågan är om det finns en risk att kontextbundna uppgifter som inte kopplas till en vardag eleverna känner igen sig i får motsatt effekt - att de tappar mening.

I FAVMA går det att finna flera strategier som stärker kopplingen till vardagen; genom teman kopplade till den årstid som det förväntas vara då kapitlet arbetas med eller teman kopplade till ett annat skolämne. Kopplingen till vardagen sker också genom bilder, ramberättelser och i en variation av uppgifter. I FAVMA är de kontextbundna uppgifterna övervägande kopplade till erfarenheter av sådant som sker i vardagen hemma, vilket inte bara innebär att kopplingen till vardagliga situationer blir tydligare utan också att kontexterna behandlar många fler situationer då de inte är begränsade till ett tema. Tidigare forskning visar att elever gynnas av att möta bråk i varierande former och situationer, det har visat sig möjliggöra för elever att i en given situation använda den metod eller representationsform som passar bäst, något som kräver att de fått träna på att det tidigare (Zhang, Clements & Ellerton, 2014).

Då det gäller valen av modeller och representationsformer finns också här faktorer som skiljer serierna åt. Helt i linje med tidigare forskning finns det i samtliga böcker en modell som används mer frekvent än någon annan. Detta är tydligare i MADB än i FAVMA. I MADB dominerar areamodellen och för att representera den används geometriska figurer. Figurernas utformning varierar, vilket är bra för att förtydliga att till exempel $\frac{1}{3}$ kan se ut på olika vis (Kilborn, 2014). I MADB varierar således representationsformen, men modellerna varierar inte särskilt mycket. Det gör inte heller uppgiftstyperna, vilka övervägande är nära sammankopplade med areamodellen.

I FAVMA återfinns istället olika modeller, (area, linjär och antal) ett varierande innehåll och utformning av uppgifter. Det bör enligt tidigare forskning leda till ett varierat lärande och till att en djupare förståelse för bråk uppstår (Zhang, Clements & Ellerton, 2014). Något som dock inte varierar är figurernas utformning, I FAVMA är figurerna (oavsett modell) abstrakta, vilket skiljer sig från MADB där en del figurer representeras av konkreta föremål som kan kopplas till verkligheten. Då tidigare forskning tydligt visar att det är viktigt att variera modeller och representationsformer gör det intressant att reflektera över vilket lärande som uppstår genom MADB och FAVMA.

En risk med att areamodellen dominerar i MADB skulle kunna vara att eleverna börjar uppfatta att bråk bara behöver räknas (räkna alla delar, räkna markerade delar) såsom Gould (2013) beskriver eller så som Zhang, Clements och Ellerton (2014) menar att lärandet blir smalt. Förståelsen för och användningen av olika representationsformer skulle också kunna riskera att bli smal i FAVMA av att representationsformerna inte varierar i någon större utsträckning.

En förtjänst i MADB är dock att det är gynnsamt för motivation och lärande att introducera nya koncept vad gäller bråk genom konkreta föremål, något flera forskare är eniga om (Gould, 2013; Kilborn, 2014) och därför kanske en komponent som saknas i FAVMA för att motivera eleverna. Något som den här studien inte tagit hänsyn till men som är värt att nämna i diskussionen är att en viktig aspekt att ha i åtanke är då eleverna börjar arbeta med MADB4 är det första gången de möter bråkräkning, medan bråk introducerades redan i årskurs två i serien

FAVMA (Asikainen, Haapaniemi, Mörsky, Tikkanen & Vehmas, 2013). Då denna studie bara omfattar böckerna för årskurs fyra och fem går det inte att veta hur bråk introducerats i FAVMA2, men det är kanske därför rimligt att anta att det är en anledning till att det finns många konkreta representationsformer i MADB4.

Läroboken används i stor utsträckning i matematikundervisningen i Sverige och det har visat sig att den får styra både innehåll och utformning (Skolverket, 2003). Genom läroboken får eleverna möjlighet att möta vardagliga situationer och olika modeller som kan konkretisera bråk och gynnar lärandet, i vilken utsträckning det sker har i den här studien dock visat sig skilja sig åt ganska mycket. Det är därför viktigt att som lärare vara medveten om att läroböcker kan presentera innehållet på olika vis och därför ge olika möjligheter till lärande. För att eleverna ska få möjlighet att arbeta med olika modeller, representationsformer och situationer kan matematikboken behöva kompletteras med annan undervisning, det är ju trots allt i klassrummet vi kan förklara och understryka vikten av olika koncept och koppla undervisningen till den vardag berörda elever har erfarenhet av.

6.1 Slutsats

Vad gäller den första problemformuleringen kan slutsatsen dras att det i samtliga böcker finns en koppling till vardagen, men den ser olika ut beroende på matematikboksserie och årskurs. I MADB kopplas innehållet huvudsakligen till vardagen genom bokens tema och bilder, medan den kopplingen huvudsakligen sker genom bilder och kontextbundna uppgifter i FAVMA. Det språk som används i böckerna kan bidra till att antingen skapa en distans eller närhet till eleverna och genom det också påverka huruvida de uppfattar sig vara inkluderade i uppgifterna eller inte.

Vad gäller problemformulering två kan slutsatsen dras att areamodellen, den linjära modellen och antalsmodellen används i samtliga böcker för att konkretisera bråk, men i olika stor utsträckning. I MADB4 dominerar areamodellen och i MADB5 dominerar den följt av antalsmodellen. I FAVMA4 och FAVMA5 är areamodellen vanligast, men spridningen mellan den och de övriga två är relativt jämn.

På vilket sätt modellerna används ser också olika ut i matematikboksserierna, antingen varierar modellen eller representationsformen. Representationsformerna är huvudsakligen abstrakta i samtliga böcker, men konkreta då ett nytt område presenteras, det är också då modellerna förekommer mest frekvent. Representationsformerna varierar mer i MADB och modeller och uppgifter mer i FAVMA, vilket troligtvis får konsekvenser för det lärande som uppstår.

6.2 Förslag till vidare forskning

I den här studien har de två vanligast beställda läroböckerna i ett storstadsområde i Sverige 2017 som behandlar bråk analyserats. På grund av den begränsade tid studien genomfördes på har den varit begränsad till att analysera och dra slutsatser i förhållande till vad tidigare forskning visat. Det har således inte funnits utrymme att i praktiken undersöka vilken effekt böckerna har på lärande. Då bråk verkar introduceras i olika årskurser beroende på serie har en nyfikenhet väckts om bråkkapitlen introduceras på samma vis då eleverna möter det för första gången. Därför är mina förslag till vidare forskning följande;

- Att undersöka vilken förståelse som uppstår efter att en grupp elever arbetat med dessa böcker och om arbetet med böckerna resulterar i någon skillnad i förståelse beroende på den bok de fått arbeta med.
- Att jämföra om bråk introduceras på samma vis oavsett lärobok och årskurs.

Referenser

- Andréasson, B., & Måsbäck, P. (2009). *Flex 8*. Malmö: Gleerups utbildning.
- Asikainen, K., Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., & Vehmas, P. (2013). *Mera Favorit matematik 2a*. Lund: Studentlitteratur.
- Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2015c). *Favorit matematik - Lärarhandledning*. Lund: Studentlitteratur.
- Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2015a). *Mera Favorit matematik 4b*. Lund: Studentlitteratur.
- Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2015b). *Mera Favorit matematik 5a*. Lund: Studentlitteratur.
- Awawadeh Shahbari, J., & Peled, I. (2015). Resolving cognitive conflict in a realistic situation with modeling characteristics: coping with a changing reference in fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 891-907.
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber.
- Brändström, A. (2005). *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks - An analysis of the levels of difficulty* (Licentiatuppsats, Luleå University of Technology Department of Mathematics, ISSN 1402-1757 ; 2005:18). Luleå: Luleå tekniska universitet. Tillgänglig: <http://ltu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A991116&dswid=9618>
- Cady, J. A., Hodges, T.E., & Collins, R.L. (2015). A Comparison of Textbooks Presentation of Fractions. *School science and mathematics*, 115(3), 105-116. doi: 10.1111/ssm.12108
- Charalambous, S., Charalambous, Y., Hsu, H., & Mesa, V. (2010) A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12 (2), 117-151, doi:10.1080/10986060903460070
- Drageryd, K., Erdtman, M., Persson, & U., Kilhamn, C. (2012). Tallinjen – en bro mellan konkreta modeller och abstrakt matematik. *Nämnamnaren*, 183(3), 63-68.
- Falck, P., & Picetti, M. (2012a). *Matte direkt Borgen 4b*. Stockholm: Sanoma utbildning.
- Falck, P., & Picetti, M. (2012b). *Matte direkt Borgen 5b*. Stockholm: Sanoma utbildning.
- Gould, P. (2013). Australia's next top fraction model. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 18(3). 5-12.
- Hamdan, N., & Gunderson, E.A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. *Developmental psychology*, 53(3), 587-596. doi: 10.1037/dev0000252.
- Hellspong, L., & Ledin, P. (1997). *Vägar genom texten - Handbok i brukstextanalys*. Lund: Studentlitteratur.
- Kilborn, W. (2014). *Om tal i bråk och decimalform – en röd tråd*. Göteborg: NCM.

Niemi, D. (1996). A Fraction Is Not a Piece of Pie: Assessing Exceptional Performance and Deep Understanding in Elementary School Mathematics. *Gifted Child Quarterly*, 40(2), 70-80.

Reys, R., Wu., L. L., & Yang., D.C. (2010). Comparing the Development of Fractions in the Fifth- and Sixth-Graders' Textbooks of Singapore, Taiwan, and the USA. *School science and mathematics*, 110(3), 118-127.

Skolverket. (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2012). *Greppa språket - ämnesdidaktiska perspektiv på flerspråkighet*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Hämtad från https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3794.pdf%3Fk%3D3794

Sun, X. (2011). "Variation problems" and their roles in the topic of fraction division in Chinese mathematics textbook examples. *Educational studies in mathematics*, 76(1), 65-85.

Zhang, X., Clements, M., & Ellerton, N.F. (2014). Conceptual (mis)understandings of fractions: From area models to multiple embodiments. *Mathematics Education Research Journal*, 27(2), 233-261. doi: 10.1007/s13394-014-0133-8